УДК 004.021
DOI: https://doi.org/10.53920/ITS-2022-2-5

Сергій Станіславович КОРОТКОВ,
асистент кафедри комп'ютерної інженерії
Державний університет телекомунікацій
ORCID ID: 0000-0002-4090-5934
Владислав Сергійович ЗАСАДЮК,
студент
Державний університет телекомунікацій
ORCID ID: 0000-0002-8088-4277

АЛГОРИТМ ЗМЕНШЕННЯ ТРАНЗИТНИХ ПОТОКІВ ТРАНСПОРТНОЇ МЕРЕЖІ У ЗАДАНОМУ НАПРЯМКУ

В статті розроблено алгоритм зменшення транзитних потоків. В результаті виконання алгоритму величина потоку на будь-якому розрізі мережі буде максимальною, а сумарний потік буде складатися зі зменшених транзитних потоків, що дозволить підвищити ефективність використання транспортних засобів. Потоки розподілені таким чином, що після застосування до них принципу суперпозиції величини сумарного результуючого потоку на дугах не перевищують їх пропускних здібностей. Розглядається знаходження інтегрального максимального потоку транспортної мережі у заданому напрямку.

Ключові слова: *потоки машин, теорема Форда-Фалкерсона, максимальний потік, алгоритм зменшення транзитних потоків.*

Serhii KOROTKOV
Assistant of the department of computer engineering
State University of Telecommunications
ORCID ID: 0000-0002-4090-5934
Vladyslav ZASADIUK
Student
State University of Telecommunications
ORCID ID: 0000-0002-8088-4277

ALGORITHM FOR CHANGING TRANSIT FLOWS IN THE TRANSPORT METER AT A GIVEN DIRECTLY

An algorithm for reducing transit flows has been developed. As a result of the execution of the algorithm, the amount of flow on any section of the network will be maximum, and the total flow will consist

of reduced transit flows, which will increase the efficiency of the use of vehicles. The flows are distributed in such a way that after applying the principle of superposition to them, the values of the total resulting flow on the arcs do not exceed their throughput capacities. Finding the integral maximum flow of the transport network in a given direction is considered. The algorithm consists of:

1. Finding the integral maximum flow of the transport network in a given direction (ZV) for each time interval, the matrices of the values of the maximum flows and the efficiencies of these flows are composed, the elements of which are the values of the maximum flows and the efficiencies of the flows for each combination of input and output.

2. Compilation of a list of flows, in which all elements are ranked from «worst» in terms of efficiency to «best» according to the data of the unit square and the reachability matrix.

3. Rejecting flows and obtaining a set of the most effective flows, forming a matrix of integral transit flow in the selected direction.

4. Compilation of the total set of arcs, which shows how much the integral flow of this arc exceeds its carrying capacity.

5. From the set of saturated arcs, the element with the maximum value of n1 is selected.

6. In each of the transit flows of the set where this selected arc meets, it is necessary to reduce the flow by n1 times so that after performing the superposition of the arc flows.

7. After that, the sets are rearranged.

The described actions are performed as long as there is at least one element in the set with n greater than zero.

Key words: *machine flows, Ford-Falkerson theorem, maximum flow, transit flow reduction algorithm.*

Постановка проблеми. Для того щоб раціонально організувати рух транспортних потоків необхідно оцінити максимальний потік у мережі, знайти найефективніше розподіл потоку, виявити вузькі місця та своєчасно їх ліквідувати. Одночасно з цими завданнями слід оцінити сумарні витрати транспортних засобів під час їх руху з початкового пункту в кінцевий.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Алгоритми: побудову, аналіз, застосування імітаційного моделювання та дослідження динаміки транспортних потоків досліджували: Жогаль С.І., Максим І.В., Поляков К.Ю., Соболь І.М., Новіков Ф.А., Сукач О.І.

Мета статті – висвітлити принцип роботи розробленого алгоритму зменшення транзитних потоків.

Виклад основного матеріалу. Для знаходження інтегрального максимального потоку транспортної мережі заданому напрямку (ZV) для кожного часового інтервалу складаються матриці величин максимальних потоків та ефективностей цих потоків, елементами яких є значення максимальних потоків та ефективностей потоків по кожному поєднання входу та виходу. Матрицю величин потоків позначимо $\varphi = \|\varphi_{ij}^{max}\|$, $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,n}$. Матрицю ефективностей потоків позначимо $\varphi=\|\varphi_{ij}\|$, $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,n}$. Отримані матриці нормуються за максимальним елементом:

$$\varphi^* = \|\varphi_{ij}^*\| = \left\| \frac{\varphi_{ij}}{\max ij\ \varphi_{ij}} \right\|, \ \Phi^* = \|\Phi_{ij}^*\| = \left\| \frac{\Phi_{ij}}{\max ij\ \Phi_{ij}} \right\|, \ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}.$$

В результаті всі елементи матриць φ^*, Φ^* задовольняють нерівності $0 < \varphi_{ij}^* < 1$, $0 < \Phi_{ij}^* < 1$. У прямокутній системі координат $\varphi^* 0 \Phi^*$ відмічаємо точки $(\varphi_{ij}^*, \Phi_{ij}^*)$. Причому, через те, що елементи матриць нормовані за максимальним елементом, всі точки будуть у межах одиничного квадрату, лівий нижній кут якого суміщений з початком координат.

Усі точки одиничного квадрату порівнюються за допомогою деякої метрики. Складається список потоків, в якому всі елементи ранжуються від «найгіршого» за ефективністю до «найкращого» відповідно до даних одиничного квадрата [1].

Одночасно складається матриця досяжності $D = \|d_{ij}\|$ $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,n}$, де $d_{ij} = 1$, якщо є потік з i-того входу в j-тий вихід, і $d_{ij} = 0$, якщо немає потоку з i-того входу в j-тий вихід, і $d_{ij} = 0$, якщо немає потоку з i-того входу в j-тий вихід.

Список проглядається, починаючи з потоку, найгіршого за ефективністю. Поточний потік виключається зі списку, якщо його виняток не залишає жодну початкову вершину без вихідного потоку і залишає жодну кінцеву вершину без вхідного потоку. При виключенні зі списку потоку, який йде з i-того входу в i - вихід, модифікується матриця досяжності D, в якій на перетині цього рядка і i-того стовпця одиниця замінюється нулем.

Таким чином, поточний потік з i-того входу в j-тий вихід виключається зі списку в тому випадку, якщо після його виключення та модифікації матриці досяжності D у її i-тому рядку буде хоча б одна одиниця і в j-му стовпці також буде хоч би одна одиниця.

Якщо ж виняток потоку веде до того що, що у матриці досяжності і-тий стовпець чи j-та рядок складатиметься з нулів, то потік зі списку потоків не виключається, й у списку переходимо наступного потоку.

В результаті відбраковування потоків отримуємо безліч найбільш ефективних потоків $ZV^e = \{Z_i V_j\}$, таких, що кожен із входів пов'язаний транзитним потоком, принаймні, з одним виходом. Тобто кожен із входів транспортної мережі має, принаймні, один потік, що виходить з нього, а кожен з виходів мережі має хоча б один вхідний до нього потік [2]. Для безлічі таких потоків ZV^e застосовується принцип суперпозиції, коли відповідні їм матриці розподілу потоків $X^{ij} = \|\varphi_{kl}^{ij}\|$ підсумовуються, утворюючи матрицю інтегрального транзитного потоку за вибраним напрямом $\|\sum X\|$. Причому, завдання суперпозиції потоків вирішується таким чином, щоб в мережі могли одночасно існувати всі потоки, що залишилися із множини ZV^e.

З цією метою складається загальна множина дуг мережі $DN = \{<d_{ij}, n>\}$. Елементами цієї множини є пари $<d_{ij}, n>$, що складаються з вказівника насиченої дуги d_{ij} з і-того вузла в j-тий , і числа n , що показує, наскільки інтегральний потік цієї дуги перевищує її пропускну здатність. З безлічі насичених дуг DN вибирається елемент, у якого величина n1 максимальна. Цей елемент списку $<d_{ij}, n1>$ описує дугу, для якої величина n1 сумарного потоку, побудованого з транзитних потоків, що залишилися, найбільше перевищує пропускну здатність дуги. Тому в кожному з транзитних потоків множини DN, де зустрічається ця обрана дуга, необхідно зменшити потік в n1 раз для того, щоб після виконання суперпозиції потоків дуги, що залишилися d_{ij} виявилася насиченою. Зменшення проводиться для кожного потоку з множини $\{Z_i V_j\}$ по всіх шляхах, які насичували дугу, що розглядається, в ході виконання алгоритму Форда-Фалкерсона, пропорційно їх вкладу в насичення дуги. Після цього множини DN перебудовуються через те, що було зроблено зменшення кожного з транзитних потоків, що спричинило зміну величин n для гілок мережі, які були задіяні при зменшенні потоку [3].

Описані дії виконуються до тих пір, поки в множині DN є хоча б один елемент, у якого n більше нуля. Як тільки у всіх елементів множини DN величини n стануть негативними або рівними нулю, процес зменшення транзитних потоків закінчується і як рішення задачі знаходиться результуючий інтегральний потік. При цьому потоки розподілені таким чином, що після застосування до них принципу суперпозиції величини сумарного результуючого потоку на дугах не перевищують їх пропускних здібностей.

В результаті виконання алгоритму суперпозиції потоків відповідно до теореми Форда-Фалкерсона величина потоку на будь-якому розрізі мережі буде максимальною, а сумарний потік буде складатися зі зменшених транзитних потоків [4].

Для ілюстрації роботи алгоритму знаходження інтегрального потоку розглянемо ділянку транспортної мережі.

Множина входів у мережі представлено вершинами 1 і 2. Множина виходів задається вершинами 9 і 11. У мережі розглядаються такі транзитні потоки: (1,...,9), (1,...,11), (2,...,9) і (2,...,11).

Для кожного із зазначених транзитів вирішується завдання про максимальний потік окремо, в результаті чого отримуємо чотири матриці максимальних потоків для цих транзитів (φ max1_9, φ max1_11, φ max2_9, φ max2_11), відповідно чотири матриці ефективностей (Ф1_9, Ф1_11, Ф2_9, Ф2_11), а також відповідні розподіли величин потоків по гілках мережі (X1_9, X1_11, X2_9, X2_11).

Для формування списку найбільш ефективних потоків відкидаємо найменш ефективні потоки таким чином, щоб не залишити жоден вхід хоча б без одного потоку, що виходить, і жоден вихід хоча б без одного вхідного потоку. Для прикладу, що розглядається, найбільш ефективними потоками виявилися потоки 1→9 з величиною потоку: 41, 1→11 з величиною потоку: 43 і 2→9 з величиною потоку: 34.

Підсумовуючи матриці максимальних потоків |X1_9|, |X1_11| та |X2_9|, отримуємо матрицю інтегрального транзитного потоку |∑X|. Шляхом поелементного віднімання матриці |∑X| з матриці пропускних здібностей мережі |C| отримуємо матрицю |C – ∑X|.

Негативні значення елементів матриці свідчать про недостатню пропускну здатність відповідних гілок мережі в разі руху через мережу одночасно всіх залишених потоків [5]. Вибираємо гілку, сумарний потік на якій найбільше перевищує її пропускну здатність. Для прикладу ця гілка (3,6) - найменший елемент матриці |C – ∑X| .

Вибираємо всі шляхи, які насичували гілку (3,6) у ході розв›язання задачі про максимальний потік для кожного з транзитних напрямків та величини Δ, на які збільшувався потік цими шляхами.

Для транзитного напрямку 1→9 це будуть шляхи:

(1,3) → (3,6) → (6,9), Δ =16;

(1,3) → (3,6) → (6,10) → (10,9), Δ = 4.

Для транзитного направлення 1 → 11:

(1,3) → (3,6) → (6,10) → (10,11), Δ = 20.

У транзитному напрямку 2→9 жоден із шляхів у ході вирішення задачі про максимальний потік не проходив через вершину (3,6). Для того, щоб сумарний потік зміг пройти через гілку (3,6), зменшуємо потоки транзитних напрямів обраними шляхами так, щоб весь сумарний потік зменшився на 20 одиниць, причому по кожному шляху потік зменшується пропорційно величині Δ. Для транзитного напрямку 1→9 потік шляхом 1 зменшуємо на 8 одиниць, а потік шляхом 2 зменшуємо на 2 одиниці. Для транзитного напрямку 1→11 потік шляхом 1 зменшуємо на 10 одиниць. З цією метою віднімаємо від елементів матриць |X1_9|, |X1_11| відповідних вузлам шляхів величини, на які зменшується потік по дорозі [6].

Далі перераховуються значення елементів матриці |C–∑X|. В результаті одержуємо нову матрицю, у якої елемент (3,6) дорівнює 0, так як потік через гілку мережі (3,6) було зменшено.

Процес зменшення аналізованих потоків повторюється до того часу, поки у матриці |C–∑X| залишатимуться негативні елементи. Коли всі елементи матриці |C–∑X| виявляться позитивними, це значить, що пропускних здібностей гілок мережі достатньо для того, щоб усі зменшені транзитні потоки змогли існувати в мережі одночасно [7]. У цьому випадку алгоритм зменшення транзитних потоків закінчується і розв’язанням задачі про максимальний потік буде сумарна матриця |∑X|.

Величина потоку після зменшення транзиту 1→9 склала 24, транзиту 1→11 — 25, транзиту 2→9 — 15. Сумарна величина трьох потоків становила 64.

Висновоки та пропозиції. В ході написання статті був виконаний аналіз робіт по знаходженню максимального потоку, а також огляд аналітичних моделей дослідження операцій і теорій автоматичного керування. В результаті був розроблений алгоритм суперпозиції потоків у відповідності до теореми Форда-Фалкерсона, який дозволяє підвищити ефективність використання транспортних засобів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Томас Х. Кормен. Алгоритми: побудова та аналіз. - 2-ге вид. - М.: «Вільямс», 2006. - 1296с.

2. Жогаль С.І., Максим І.В. Завдання та моделі дослідження операцій. Навчальний посібник. — Гомель: БелДУТ, 1999. — 4.1: Аналітичні моделі дослідження операцій. — С 109.

3. Поляков К.Ю. Теорія автоматичного керування. Санкт-Петербург, 2008. С. 4-20.

4. Соболь І.М. Метод Монте-Карло. Москва: Наука, 1968. 64 з.

5. Новіков Ф.А. Дискретна математика програмістів. - 3-тє. - СПб.: Пітер, 2008. - С. 277-279. - 384с.

6. Сукач О.І. Застосування імітаційного моделювання на дослідження динаміки транспортних потоків регіону. Вісті Гомельського державного університету імені Ф. Скорини. — 2006. — № 4 (37). — С. 96-99.

7. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій: Навчальний посібник. Київ: Видавничий дім «Слово», 2002. — 320 с.

REFERENCES

1. Thomas H. Corman. Algorithms: construction and analysis. - 2nd edition. - M.: «Williams», 2006. - 1296p.

2. Zhogal S.I., Maksym I.V. Tasks and models of operations research. Tutorial. - Gomel: BelDUT, 1999. - 4.1: Analytical models of operations research. - C 109.

3. Polyakov K.Yu. Theory of automatic control. St. Petersburg, 2008. P. 4-20.

4. I.M. Sobol Monte Carlo method. Moscow: Nauka, 1968. 64 p.

5. Novikov F.A. Discrete mathematics of programmers. - the 3rd. - St. Petersburg: Peter, 2008. - P. 277-279. - 384 p.

6. Sukach O.I. The application of simulation modeling to the study of the dynamics of transport flows in the region. News of Gomel State University named after F. Skoryna. — 2006. — No. 4 (37). - pp. 96-99.

7. Zaichenko Yu.P. Operations Research: A Study Guide. Kyiv: «Slovo» Publishing House, 2002. - 320 p.

СТАТТЯ НАДІЙШЛА ДО РЕДАКЦІЇ 07.12.2022